UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **P.A. 2008-3**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA **11/02/2009**
DACIBAHCC

EXAMEN PARCIAL DE CALCULO NUMERICO (MB535)

- **DURACION: 110 MINUTOS**
- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**

Problema 1

Complete el siguiente programa en Matlab que resuelve el sistema Ax=b, usando el método de Gauss-Seidel:

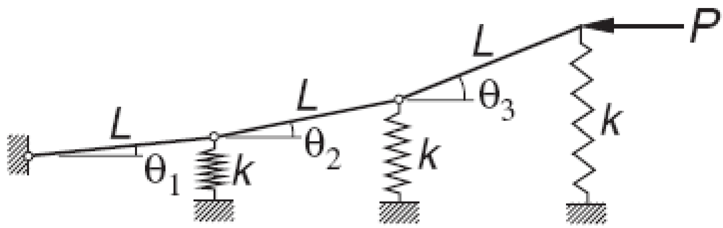
```
function [i,X]=seidel(A,b,X0,nd,maxite)
D=diag(diag(A));Tol=10^-nd;L=tril(-A,-1);U=triu(-A,1)

T=__________________________
c=((D-L)^-1);

r=_____________________________
if (r<1)
for i=1:1:maxite

   X=_____________________

  er=______________________________
   if er<Tol
      X=round(X*10^nd)*10^-nd;
      break
   end
   X0=X;
end
else

    ______________________________

end
```

Solución

```
function [i,X]=seidel(A,b,X0,nd,maxite)
D=diag(diag(A))
Tol=10^-nd;
L=tril(-A,-1)
U=triu(-A,1)
T=((D-L)^-1)*U
c=((D-L)^-1);
r=max(abs(eig(T)))
if (r<1)
for i=1:1:maxite
   X=T*X0+c*b;
   er=max(abs(X-X0));
```

```
   if er<Tol
      X=round(X*10^nd)*10^-nd;
      break
   end
   X0=X;
end
else
  disp('El  método no converge')
end
```

Problema 2



Los resortes soportan un eslabón de tres barras, los cuales están en su posición de equilibrio cuando el eslabón esta horizontal. La ecuación de equilibrio del eslabón en presencia de la fuerza horizontal P será:

$$\begin{bmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \frac{P}{kL}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

donde k es la constante de rigidez del resorte. Las ecuaciones pueden ser fácilmente re-escritas en la forma estándar $A\theta = \lambda\theta$, donde A es simétrica. Si $\lambda = \dfrac{P}{kL}$:

a) Localice los valores propios.
b) Encuentre los valores y vectores propios usando el método analítico.
c) Diagonalice la matriz A, si es posible.
d) Encuentre el valor propio mas cercano al escalar q=1 a partir del vector $x_0=[1\ 0\ 0]^T$, realice 03 iteraciones e indique el error cometido en el vector y valor propio obtenido. Comente su respuesta.

Solución

a) Por Gershegorin:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Teniendo en cuenta que A es simétrica sus valores propios son reales:

$|z-3| \le 3$

$|z-2| \le 3$

$|z-1| \le 2$

$-1 \le z \le 6$

b)
Valores propios son: 0.3080 0.6431 5.0489
Vectores propios
X1=

0.3280
-0.7370
0.5910

X2=

-0.5910
0.3280
0.7370

X3=

0.7370
0.5910
0.3280

c)
P =

0.3280	-0.5910	0.7370
-0.7370	0.3280	0.5910
0.5910	0.7370	0.3280

D =

0.3080	0	0
0	0.6431	0
0	0	5.0489

d)

$q = 1$

$$B = (A - qI)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

x0=[1 0 0]’
y1 =B*x0

-1
1
1

u1 =-1
x1 =

1
-1
-1

l1=q+1/u1=0
y2 =

-3
2
3

u 2=

-3

x2 =
1.0000
-0.6667
-1.0000
l2 =
0.6667

y3 =
-2.6667
1.6667
3.0000
u3 =
3
x3 =
-0.8889
0.5556
1.0000
l3 =
1.3333
El error aun es grande pues debe converger al valor propio 0.6431

Problema 3
Sea el sistema:

$$\begin{bmatrix} 1 & k \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

a) Obtener el valor de “k” de tal manera que el radio espectral de Gauss-Seidel $\rho(T_G)$ sea 0.1.
b) Con el valor de “k” obtenido en a) realice 03 iteraciones partiendo de $(0,0)^T$, estime el error y comente sus resultados.
c) Para k=1 obtener la solución mediante el algoritmo de Cholesski.

Solución
a)

$$Tg = \begin{bmatrix} 0 & -k \\ 0 & k/2 \end{bmatrix}$$

$$\rho(Tg) = 0.1$$

$$k = \pm 0.2$$

b)

$$Tg = \begin{bmatrix} 0 & -0.2 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$Cg = \begin{bmatrix} 3 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = Tg * x_0 + Cg$$

$$x_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} 2.9 \\ 0.55 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = \begin{bmatrix} 2.89 \\ 0.555 \end{bmatrix}$$

$$error = \|x_3 - x_2\|_\infty = 0.01$$

c)

$$LU\,x = b$$
$$L\,z = b$$
$$U\,x = z$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Problema 4

Halle la raíz de la siguiente función, cuando c=0.01, usando el método de la bisección en el intervalo [2,3]:

$$f(x) := x^{\sin(x)+1+c} + 20\cdot\cos\left[(1.3\cdot x)^{0.5+c}\right]$$

a) Halle la raíz en 3 iteraciones

b) Si c=0.1/$\sqrt{3}$, ¿cuántas iteraciones serán necesarias para que la raíz aproximada tenga una precisión de 10^{-2}?

c) ¿Cuánto es lo mínimo que debe incrementar c desde 0.01, para que una raíz sea 2.5, halle c hasta con 1 decimal exacto.

Solución

a)

$x=2.375$

b)

$N=7$

c)

$c=0.0995$

Los profesores